

岩石巴西圆盘试验中的空间拉应力分布

喻 勇¹, 陈 平²

(1. 西南交通大学 应用力学与工程系, 成都 610031; 2. 铁道部科学研究院深圳设计研究院, 深圳 518034)

摘 要: 指出目前人们使用了 40 多年的岩石巴西圆盘试验拉伸强度公式来自二维弹性力学解答, 该公式不适用于实际情况所对应的三维弹性力学问题。为了得到三维条件下试样内部的应力分布规律, 采用三维有限元分析软件 Marc 对试样进行了弹性受力分析, 结果表明, 试样横截面上的拉应力分布规律与二维条件下的情况相类似, 但横截面上的应力值沿试样厚度方向是有变化的, 越靠近两端面, 水平拉应力越大。分析发现, 对于高径比为 1、泊松比为 0.25 的巴西圆盘试样, 按二维公式计算的抗拉强度比真实值小 23.3 %。

关 键 词: 巴西试验; 抗拉强度; 三维有限元法; 岩石; Marc; Matlab

中图分类号: TU 452 **文献标识码:** A

Spatial distribution of tensile stress in Brazilian disk test of rock

YU Yong¹, CHEN Ping²

(1. Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. Shenzhen Research and Design Institute, China Academy of Railway Sciences, Shenzhen 518034, China)

Abstract: The authors pointed out that the formula existed for more than 40 years to calculate the tensile strength of rock in Brazilian test is based on 2D elastic theory; and the formula is not suitable for the practical condition which is a 3D problem. In order to obtain 3D stress distribution within the specimen, we adopted software package Marc to carry out a 3D finite element analysis. It is found that the tensile stress distribution at a cross-section of a solid specimen is similar to that of 2D disk. However, the tensile stress at a cross-section varies with the thickness of the specimen. The nearer the cross-section closes to the end of the specimen, the higher the horizontal tensile stress is. When the height-to-diameter ratio of the specimen is 1 and Poisson's ratio is 0.25, the tensile strength calculated by the classical 2D solution is 23.3% less than the real value.

Key words: Brazilian test; tensile strength; 3D FEM; rock; Marc; Matlab

1 引 言

抗拉强度作为岩石类材料的基本力学性质参数之一, 在岩石力学理论研究与岩体工程实际应用中都有着不可替代的作用。

一般材料(如金属材料)的抗拉强度测试采用直接法, 试样形状是两头粗中间细的哑铃形圆柱体, 试样的工作段长度为直径的 10 倍或 5 倍, 试样的几何形状及受力方式均能保证试样的单向拉伸受力。但这种方法不适用于岩石类脆性材料, 主要原因是: 试样制备困难, 不易与拉力机固定, 而且在试件两端连接处往往存在应力集中现象。同时难免在试件两端面有弯曲力矩, 造成试样的偏心受拉, 影响成

果的准确性。一般说来, 用直接拉伸方法测岩石拉伸强度的成功率是很低的, 因此这一方法用得不多。

岩石的抗拉强度测试最常用的方法是间接法, 即所谓的巴西试验法或劈裂法。这种方法采用圆盘状试样, 试验时沿着圆盘的直径方向上施加一对等值的线荷载, 使试件沿着受力方向的直径裂开成两个半圆盘。对于均匀的脆性材料, 破坏断口十分接近于平面。

巴西试验中用于测试岩石抗拉强度的公式来自于弹性力学中对心受压圆盘的解析解^[1]。如图 1 所示, 直径为 d 的圆盘受到一对力 P 的作用, P 的作用线过圆心 O , 圆盘中任一点 A 的正应力 σ_x , σ_y 和剪应力 τ_{xy} 的表达式分别为式(1)~(3), 公式中其余

各个变量的含义见图 1。

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi} \left(\frac{\sin^2 \theta_1 \cos \theta_1}{r_1} + \frac{\sin^2 \theta_2 \cos \theta_2}{r_2} \right) - \frac{2P}{\pi d} \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi} \left(\frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} + \frac{\cos^3 \theta_2}{r_2} \right) - \frac{2P}{\pi d} \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2P}{\pi} \left(\frac{\cos^2 \theta_1 \sin \theta_1}{r_1} + \frac{\cos^2 \theta_2 \sin \theta_2}{r_2} \right) \quad (3)$$

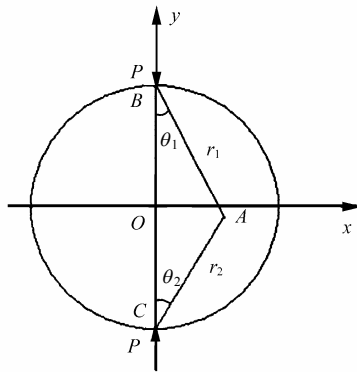


图 1 圆盘试样受力示意图
Fig.1 Sketch of Brazilian disk test

上述公式中以拉应力为负，压应力为正。直径 BC 两端因受集中力，存在应力集中现象。根据圣维南原理，在远离 B 点、C 点处，应力集中的影响可以不计。当 θ_1, θ_2 为 0 时，由式(1)得到圆盘受压直径 BC 上的水平正应力分布情况，可知它是均匀的拉应力，其值为 $2P/(\pi d)$ 。直径 BC 上的最小压应力在圆盘中心，为 $6P/(\pi d)$ ，是 BC 直线上拉应力的 3 倍。由于岩石的抗拉强度远远小于其抗压强度，因此试样在这种条件下总是受拉破坏而不是受压破坏的。这就是巴西试验法测试脆性材料抗拉强度的力学原理。同时可以看出，只要圆盘试样从中心处开始破坏，就可以不考虑应力集中现象对拉伸强度测试的影响。若圆盘试样的厚度为 t ，破坏荷载为 P ，则拉伸强度计算公式为

$$\sigma_T = \frac{2P}{\pi dt} \quad (4)$$

巴西试验法的优点是简单易行，不需特殊设备，只要有普通压力机以及简单的夹具就可进行试验。因此，该法已在国际上得到广泛采用，并被列入标准，如日本 JIS A113、美国 ASTM C 496-86 和英国 BSI 881 Part 4 等。这种方法也被列入了我国的国家标准和行业标准等权威性文件中^[2, 3]，用于规范相关行业的岩石试验，甚至混凝土的抗拉强度试验也采用

了这种方法^[4, 5]。

人们采用巴西试验法测岩石抗拉强度已有近 40 多年的历史。1971 年，美国学者 Mellor 和 Hawkes 就对巴西试验法测试岩石抗拉强度的作法进行了深入的研究^[6]。根据他们的研究结论，1978 年国际岩石力学学会推荐将巴西试验作为测试岩石的抗拉强度的间接方法^[7]。20 世纪 70 年代末，我国将巴西试验法写入了国家标准和行业标准中。40 多年来，该方法在水利、水电、交通、矿山、铁路、工民建等诸多行业中广泛使用。

2 巴西试验法存在的问题

巴西试验法存在的问题在于，计算抗拉强度的公式来自平面应力问题的弹性力学解析解，而实际试验中试样受力是一个三维力学问题。况且人们普遍采用的试样高度与直径的比值为 $0.5 \sim 1.0$ ^[2, 3, 7, 8]，更是难以保证试样的受力状态可以简化成平面应力或平面应变问题。试样在三维条件下受力远比二维条件下复杂，可以推测试样不同横截面上的应力分布沿厚度方向是有变化的。因此，用平面条件的公式计算岩石类材料的抗拉强度是不真实的，至少是不够精确的。实际上，已有文献指出，用巴西试验法测量的材料抗拉强度与用直接拉伸法测量同一材料的抗拉强度并不相等^[9, 10]，但由于种种原因没有人对式(4)产生过怀疑。

用三维弹性理论来推导巴西试验的三维应力分布规律是非常困难的，目前只有极少数学者在进行这方面的探索性研究^[11]。幸运的是，我们可以借助现代三维有限元力学分析软件和高性能的计算机来研究这一基础性课题。因为三维弹性有限元计算技术中蕴含了包括空间问题在内的全部弹性力学理论，可以说有限元技术及方法是数字化的弹性力学，它能对任何复杂的问题给出具体的数值解答。

本文用美国 MSC 公司的 Marc 有限元分析软件，对巴西圆盘试样的三维应力分布特点进行了研究。为研究方便起见，在进行三维数值分析之前，先用 MATLAB 软件绘出二维条件下巴西试样的应力等值线。

3 二维条件下巴西圆盘试样内的应力分布特点

设圆盘直径为 50 mm，集中力为 1 000 N/mm。根据式(1)，采用 MATLAB 软件，可以绘出平面条

件下巴西圆盘试样中水平方向正应力 σ_x 的应力等值线图, 如图 2、图 3 所示, 图中以拉应力为正。这些图形既上下对称也左右对称。图 2 为水平方向的正应力 σ_x 等值线图, 试样中心区域为拉应力, 两加载点附近为压应力。图 3 中的等值线是图 2 中的一部分, 即 σ_x 为拉应力的等值线图, 拉应力等值线图类似一花苞形状。

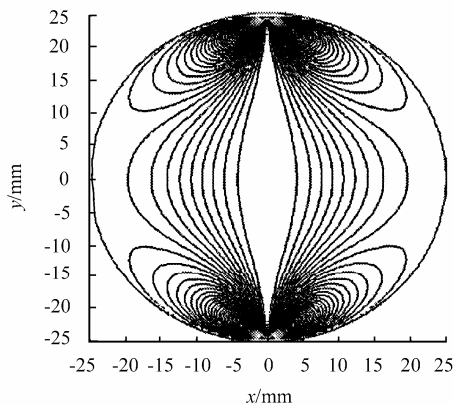


图 2 二维巴西圆盘的拉应力 σ_x 等值线图
Fig.2 Contours of horizontal normal stress in 2D Brazilian disk

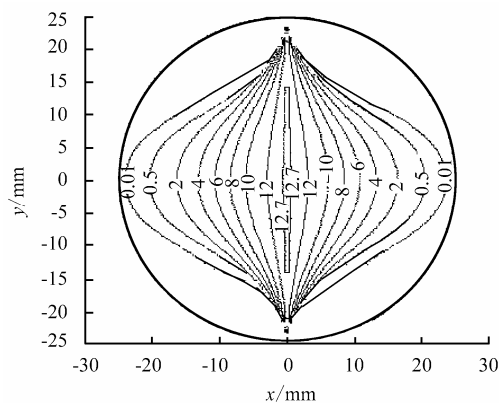


图 3 二维巴西试样中的水平拉应力等值线图 (单位: MPa)
Fig.3 Contours of horizontal tensile stress in 2D Brazilian disk (unit: MPa)

据 Matlab 分析可知, 圆盘受压直径上(不含两端点及附近处)的水平拉应力为 12.73 MPa, 与由式(4)计算的结果完全吻合。

4 巴西试验的三维有限元分析

4.1 三维模型及材料参数

采用我国工程岩体试验方法标准及水利水电岩石试验规程中规定的试样形状及尺寸, 建立圆柱形三维模型。选取模型直径为 50 mm, 高度为 50 mm,

弹性模量 $E=40$ GPa, 泊松比 $\mu=0.25$, 荷载 $P=1\ 000$ N/mm, 密度 $\rho=2.7$ g/cm³, 采用 8 节点单元, 共 6 100 个单元。网格模型如图 4 所示。为直观起见, 没有利用试样的对称性。

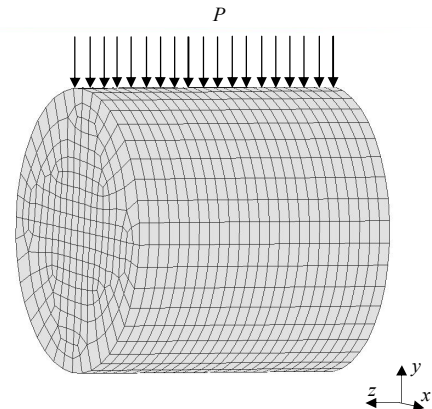


图 4 三维有限元模型
Fig.4 3D-FEM model for Brazilian test

4.2 试样横截面上的应力分布特点

对图 4 所示的三维有限元模型进行了弹性分析。图 5 为任一横截面上的水平正应力 σ_x 等色图(图中只画出了拉应力), 有限元分析中以拉应力为负。与图 3 比较, 可知在三维条件下, 横截面上的应力分布规律与二维条件下的情况十分类似, σ_x 等值线形状仍为花苞形, 但数值确不同。

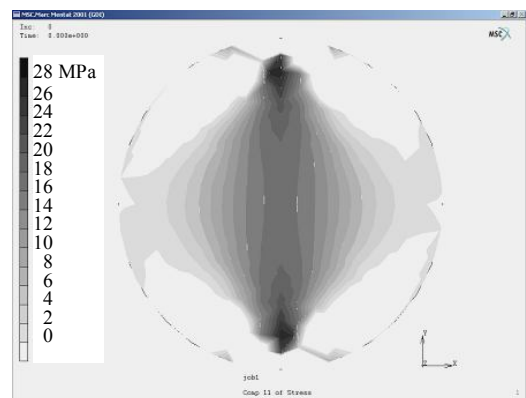


图 5 三维巴西试样中的水平拉应力等值线图
Fig.5 Contours of horizontal tensile stress in Brazilian specimen

4.3 试样子午面上的应力分布

过试样轴线分别作铅垂纵剖面, 得到铅垂子午面上 σ_x 的等色图, 如图 6 所示。可以看出, 试样中的应力呈对称分布, 对称轴即为试样轴线, 并且 σ_x 沿试样轴线有着明显的变化: 越靠近端部, 水平拉应力越大。

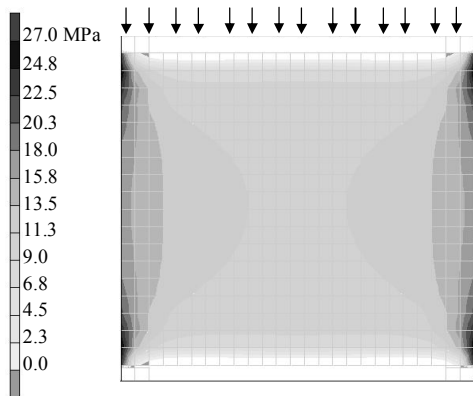


图 6 铅垂子午面上的 σ_x 应力等色图
Fig.6 Contours of σ_x in vertical meridian plane

图 7 为试样横截面圆心处水平拉应力 σ_x 沿厚度的变化曲线,并给出了拉应力与厚度关系的拟合曲线方程。由于对称,只画出了该曲线的一半。图中 X 轴上的坐标值为相对厚度。即横坐标为 0 的点对应圆柱试样轴线的中点,横坐标为 1 的点对应试样轴线的端点。 Y 轴上的坐标值为相对拉应力,是 σ_x 与 12.73 MPa 的比值,12.73 MPa 是在同一条件下由式(4)得到的应力值。由图 7 中数据可知,三维条件下轴线中点处的拉应力小于二维条件下圆心处拉应力的 13%,而轴线端点处的拉应力高出二维条件下的相应拉应力 30.4%。按图 7 中的曲线拟合公式计算,12.73 MPa 对应图 7 中的横坐标为 0.65。

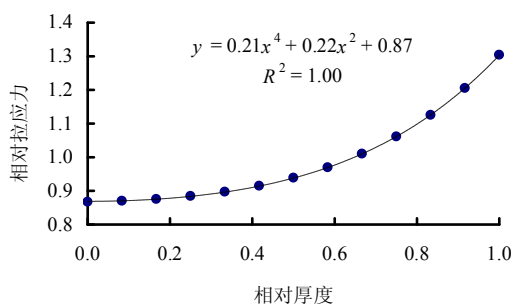


图 7 试样轴线上水平拉应力 σ_x 随厚度的变化
($\mu=0.25$, 一半厚度)
Fig.7 Horizontal tensile stress along the axis of disc specimen ($\mu=0.25$, half thickness)

根据三维有限元计算结果可以推测,由于端部的水平拉应力较高,则试样端部的岩体微小单元率先达到破坏强度,此时试样端部圆心处的水平拉应力应为试样的拉伸强度。这一拉伸强度值显然比按式(4)计算的拉伸强度大,换言之,由式(4)所得的岩石拉伸强度是偏小的。

5 结 语

巴西试样横截面上的应力分布规律与二维条件下的应力分布规律相似,水平拉应力等值线呈花苞形。

水平拉应力大小沿试样的厚度方向是有变化的,端部的拉应力比中间大,对于高径比为 1,泊松比为 0.25 的圆盘状巴西试样,试样的抗拉强度比二维条件下的计算值高出 30.4%。换言之,按式(4)计算的抗拉强度数小于真实值的 23.3%。

然而从工程角度而言,按式(4)计算的抗拉强度是偏于安全的,或者说是偏于保守的。

参 考 文 献

- [1] Мухелишвили Н. И. 数学弹性力学的几个基本问题 (赵惠元译)[M]. 北京: 科学出版社, 1958. 249—251.
- [2] SLJ2-81, 水利水电工程岩石试验规程(试行)[S].
- [3] GB/T 50266-99, 工程岩体试验方法标准[S].
- [4] ASTM C496-86, Standard test method for splitting tensile strength of cylindrical concrete specimens[S].
- [5] 姜福田. 混凝土力学性能与测试[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989.
- [6] Mellor M, Hawkes I. Measurement of tensile strength by diametral compression. engineering geology[J]. *Engineering Geology*, 1971, (5): 173—225.
- [7] ISRM. Suggested methods for determining tensile strength of rock materials[J]. *Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstract*, 1978, 15: 99—103.
- [8] SL264-2001, 水利水电工程岩石试验规程[S].
- [9] 窦庆峰, 岳顺, 代高飞. 岩石直接拉伸试验与劈裂试验的对比研究[J]. *地下空间*, 2004, 24(2): 178—181.
- [10] 叶明亮, 续建科, 牟宏, 等. 岩石抗拉强度试验方法的探讨[J]. *贵州工业大学学报(自然科学版)*, 2001, 30(6): 19—25.
- YE Ming-liang, XU Jian-ke, MU Hong, et al. Approach to test method of rock strength in uniaxial tension[J]. *Journal of Guizhou University of Technology (natural science edition)*, 2001, 30(6): 19—25.
- [11] Chau K T, WEI X X. A three-dimensional analytic solution for the Brazilian test[A]. *The 2nd Asian Rock Mechanics Symposium*[C]. Lisse: Balkema A A Publishers, 2001: 141—144.